

# DASAR-DASAR ALJABAR dan FUNGSI LINEAR

**Pertemuan 1**

**By : BIDA SARI, SP, MSi**



# 1

## DASAR-DASAR ALJABAR

# Sifat Aljabar Bilangan

01

## Sifat Commutative

Jika a dan b adalah bilangan nyata, maka :  $a + b = b + a$

$$ab = ba$$

Contoh :

$$3 + 7 = 7 + 3$$

$$3 + (-7) = (-7) + 3$$

$$3 \cdot 7 = 7 \cdot 3$$

$$(3)(-7) = (-7)(3)$$

Sifat komutatif adalah sifat operasi hitung terhadap 2 bilangan atau lebih yang menghasilkan nilai yang sama, walaupun letak bilangan yang dihitung saling ditukarkan, berlaku untuk penjumlahan atau perkalian.

**Komutatif tidak berlaku pada Pengurangan dan Pembagian**

02

## Sifat Associative

Jika a, b dan c adalah bilangan nyata, maka:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(ab) c = a (bc)$$

Contoh :

$$(2 + 3) + 7 = 2 + (3 + 7)$$

$$(2 \cdot 3) \cdot 7 = 2 \cdot (3 \cdot 7)$$

Sifat asosiatif ini menyatakan bahwa dalam menjumlahkan atau mengalikan tiga bilangan nyata, perubahan dalam pengelompokan bilangan tersebut tidak akan mengubah solusinya, dengan kata lain akan menghasilkan nilai yang sama.

**Asosiatif tidak berlaku pada Pengurangan dan Pembagian**

# Sifat Aljabar Bilangan

03

## Sifat Distributive

Jika  $a$ ,  $b$  dan  $c$  adalah bilangan nyata, maka:

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(b + c)a = ba + ca$$

Contoh :

$$2(3 + 7) = 2(3) + 2(7) = 6 + 14 = 20$$

Hal ini juga benar karena

$$2(3 + 7) = 2(10) = 20$$

$$\begin{aligned} (-2)[3 + (-7)] &= (-2)(3) + (-2)(-7) \\ &= -6 + 14 = 8 \end{aligned}$$

$$(-2)[3 + (-7)] = (-2)(-4) = 8$$

Sifat distributif ini menyatakan bahwa perkalian bilangan  $a$  terhadap bilangan jumlah  $(b + c)$ , hasil kalinya adalah sama dengan jumlah hasil kali  $ab$  dan hasil kali  $ac$ .

04

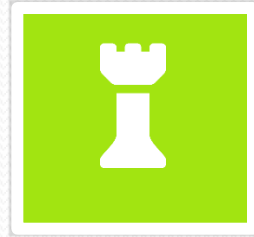
## Unsur Penyamaan (Identity Elements)

Jika  $a$  adalah bilangan nyata, maka:

$$a + 0 = a \quad \text{dan} \quad a \cdot 1 = a$$

Bahwa jika 0 ditambahkan ke  $a$ , maka hasilnya masih  $a$  dan jika  $a$  dikalikan dengan 1 hasil adalah  $a$ . Untuk alasan ini maka 0 dan 1 sering disebut sebagai *identity element* untuk penjumlahan dan perkalian, karena nilainya tetap tidak berubah

# OPERASI TANDA



+ (Penjumlahan)

- (Pengurangan)

x (Perkalian)

÷ (Pembagian)

$$(+a) + (+b) = (+c)$$

$$(-a) + (-b) = (-c)$$

$$(+a) - (+b) = (+c) \text{ jika } |a| > |b|$$

$$(+a) - (+b) = (-c) \text{ jika } |a| < |b|$$

$$(-a) - (-b) = (+c) \text{ jika } |b| > |a|$$

$$(-a) - (-b) = (-c) \text{ jika } |b| < |a|$$

$$(+a) \times (+b) = (+c)$$

$$(-a) \times (-b) = (+c)$$

$$(-a) \times (+b) = (-c)$$

$$(+a) \times (-b) = (-c)$$

$$(+a) + (+b) = (+c)$$

$$(-a) + (-b) = (-c)$$

$$(-a) + (+b) = (-c)$$

$$(+a) + (-b) = (-c)$$

## SIFAT-SIFAT BILANGAN BERPANGKAT

$$1 \quad a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2 \quad a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$3 \quad (a^m)^n = a^{m \times n} = a^{n \times m}$$

$$4 \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$5 \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$6 \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$7 \quad a^0 = 1, \text{ dan } a \neq 0.$$

$$8 \quad a^1 = a$$

# SIFAT-SIFAT BILANGAN BERPANGKAT

1  $a^m \times a^n = a^{m+n}$

CONTOH

$$3^5 \times 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$$
$$2^3 \times 2^{-5} = 2^{3+(-5)} = 2^{-2}$$

2  $a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

CONTOH

$$5^4 : 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2$$

3  $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{n \times m}$

CONTOH

$$(6^2)^3 = 6^{2 \times 3} = 6^6$$
$$(3^{-2})^2 = 3^{-2 \times 2} = 3^{-4}$$

4  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

CONTOH

$$(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$$

## SIFAT-SIFAT BILANGAN BERPANGKAT

5  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

CONTOH

$$\frac{9^4}{3^4} = \left(\frac{9}{3}\right)^4 = 3^4$$

6  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

CONTOH

$$8^{-3} = \frac{1}{8^3}$$

7  $a^0 = 1$ , dan  $a \neq 0$ .

CONTOH

$$10^0 = 1$$

8  $a^1 = a$

CONTOH

$$10^1 = 10$$

# BILANGAN AKAR

## Bentuk Akar

Pengertian Bentuk Akar :

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & \text{bila } a \geq 0 \\ -a, & \text{bila } a < 0 \end{cases}$$

## Menyederhanakan Bentuk Akar

Pengertian Bentuk Akar :

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b \times b \times b \times \dots \times b \text{ (sebanyak } n \text{ faktor)}$$

## CONTOH

$$\sqrt{16} = \sqrt{4 \times 4} = 4$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = \sqrt{25} \times \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{x^5} = \sqrt{x^4 x} = x^2 \sqrt{x}$$

# 2

## FUNGSI

# Pengertian

- **Fungsi** adalah suatu bentuk hubungan matematis yang menyatakan hubungan ketergantungan (hubungan fungsional) antara suatu variabel dengan variabel lain.

- Notasi sebuah fungsi secara umum :

$$y = f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

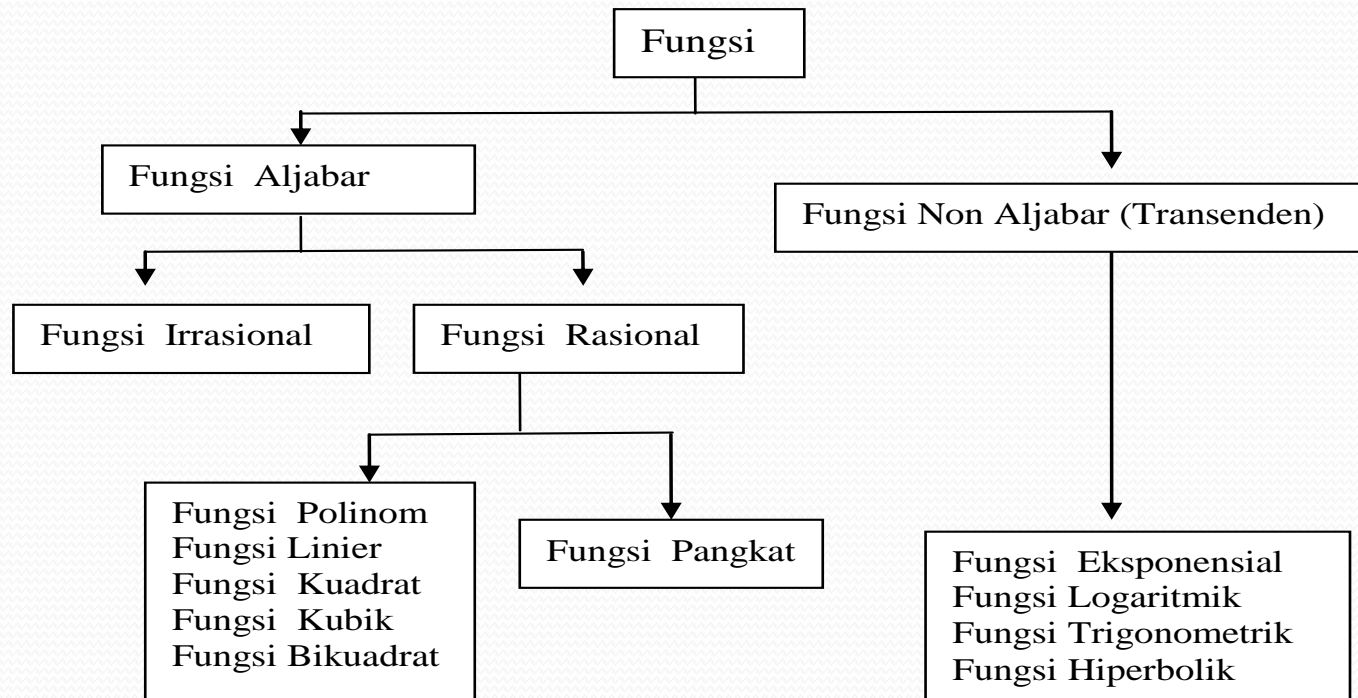
$y$  adalah fungsi dari  $x$ , nilai  $y$  tergantung dari nilai  $x$

$y$  dan  $x$  disebut **variabel**,

- Sebuah fungsi dapat dibentuk oleh beberapa unsur pembentuk fungsi, yaitu variable, koefisien dan konstanta.

# Jenis-Jenis Fungsi

Fungsi dapat digolong-golongkan menjadi beberapa kelompok. Rincian jenis-jenis fungsi selengkapnya dapat dilihat dibawah ini :



01

## Fungsi Polinom/Fungsi Pangkat Banyak/Fungsi Berderajat n

Fungsi Polinom adalah fungsi yang memiliki pangkat banyak (polinom) pada variabel bebasnya.

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

## 02 Fungsi Linear

Fungsi Linier adalah fungsi polinom khusus yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat satu (fungsi berderajat satu).

$$y = a_0 + a_1x \quad , \quad a_1 \neq 0$$

## 03 Fungsi Kuadrat

Fungsi Kuadrat adalah fungsi polinom yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat dua, sering juga disebut fungsi berderajat dua.

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad , \quad a_2 \neq 0$$

04

## Fungsi eksponensial

Fungsi eksponensial adalah fungsi yang variabel bebasnya merupakan pangkat dari suatu konstanta bukan nol.

$$y = n^x \quad n > 0$$

05

## Fungsi logaritmik

Fungsi Logaritmik adalah fungsi balik (inverse) dari fungsi eksponensial, variabel bebasnya merupakan bilangan logaritmik.

$$y = {}^n \log x$$

06

## Fungsi trigonometrik dan fungsi hiperbolik

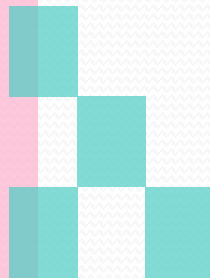
Fungsi Trigonometrik dan fungsi Hiperbolik adalah fungsi yang variabel bebasnya merupakan bilangan-bilangan geometrik.

persamaan trigonometrik  $y = \sin x$

persamaan hiperbolik  $y = \operatorname{arc} \cos x$

3

**FUNGSI LINEAR**



# Pengertian Fungsi Linear

**Fungsi Linier** atau **fungsi berderajat satu** ialah fungsi yang pangkat tertinggi dari variabelnya adalah pangkat satu.

Setiap persamaan linier apabila digambarkan akan menghasilkan sebuah garis lurus.

Bentuk umum persamaan linier adalah :

$$y = a + bx$$

di mana :

Y = variabel dependen/ variabel terikat/endogenous variable

X = variabel independent/ variabel bebas /exogenous variable

a = konstanta /penggal garis pada sumbu vertikal y pada saat  $x = 0$

b = koefisien dari X, arah atau gradien garis yang bersangkutan.

- **Contoh :**

Fungsi linear :  $y = a_0 + a_1 x_1$  atau  
 $y = a + bx$  (lebih sering digunakan)

$$y = f(x) = 5 + 0,8 x$$

*y* adalah dependen variable (variabel terikat/tidak bebas),

*x* adalah independen variable (variabel bebas)

*5* adalah konstanta,

*0,8* adalah koefisien variabel *x*



# 4 Cara Pembentukan Persamaan Linier

Sebuah persamaan linier dapat dibentuk melalui beberapa macam cara, tergantung pada data yang tersedia. Keempat cara yang dimaksud adalah :

## 1. Cara dwi-koordinat

Apabila diketahui dua buah titik A dan B dengan koordinat masing-masing  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$ , maka persamaan garis linier yang dilalui ke2 titik tersebut dapat dicari menggunakan rumus :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$



# Contoh Soal:

Misalkan diketahui titik A(2,3) dan titik B(6,5),  
maka persamaan liniernya:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 3}{5 - 3} = \frac{x - 2}{6 - 2}$$

$$\frac{y - 3}{2} = \frac{x - 2}{4}$$

$$4y - 12 = 2x - 4, 4y = 2x + 8, y = 2 + 0,5 x$$



## 2. Cara koordinat-lereng

Apabila diketahui sebuah titik A dengan koordinat  $(x_1, y_1)$  dan lereng garisnya  $b$ , maka persamaan liniernya adalah :

$$y - y_1 = b(x - x_1)$$



# 3. Cara penggal-lereng

Sebuah persamaan linier dapat pula dibentuk apabila diketahui penggalnya pada salah satu sumbu (a) dan lereng garis (b) yang memenuhi persamaan tersebut, maka persamaan liniernya adalah :

$$y = a + bx \ ; \ a = \text{penggal}, \ b = \text{lereng}$$

Contoh Soal :

Andaikan penggal dan lereng garis  $y = f(x)$  masing-masing adalah 2 dan 0,5, maka persamaan liniernya adalah :  $y = 2 + 5x$



## 4. Cara dwi-penggal

Sebuah persamaan linier dapat pula dibentuk apabila diketahui penggal garis pada masing-masing sumbu, yaitu penggal pada sumbu vertikal (ketika  $x = 0$ ) dan penggal pada sumbu horisontal (ketika  $y = 0$ ), maka persamaan liniernya adalah :

$$y = a - \frac{a}{c} x$$

Dimana ;  $a$ =penggal vertikal,  $b$ =penggal horisontal



# Contoh Soal

Andaikan penggal sebuah garis pada sumbu vertikal dan sumbu horisontal masing-masing 2 dan -4 , maka persamaan liniernya adalah :

$$y = a - \frac{a}{c} x$$

$$y = 2 - \frac{2}{(-4)} x$$

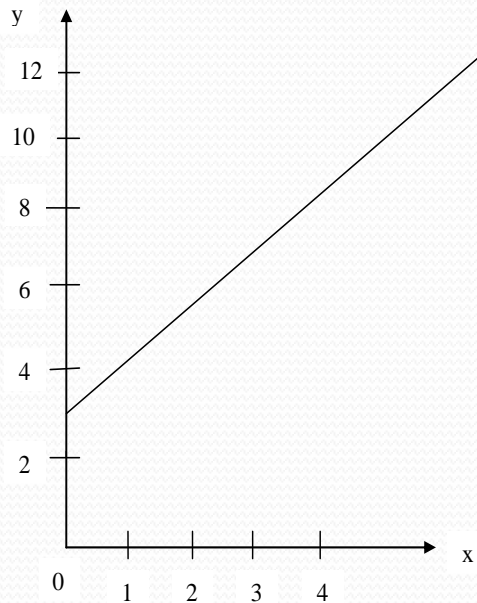
$$y = 2 + 0,5x$$

# Cara Menggambar Fungsi Linier

## a. Dengan Cara Sederhana (curve traicing process)

Yaitu dengan menggunakan tabel x dan y, dimana kita tentukan dulu nilai x sebagai variabel bebas, dengan memasukkan beberapa nilai x kita akan memperoleh nilai y.

Contoh :  $y = 3 + 2x$



X	0	1	2	3	4
Y	3	5	7	9	11

b. **Dengan Cara Matematis** (menggunakan ciri-ciri yang penting)

Yaitu dengan mencari titik potong untuk sumbu x dan juga sumbu y.

Titik potong fungsi dengan sumbu y, yakni pada  $x = 0$ , maka  $y = a$ .

Jadi titiknya adalah  $A(0,a)$

Titik potong fungsi dengan sumbu x, yakni pada  $y = 0$ , maka  $x = b$ .

Jadi titiknya adalah  $B(b,0)$

Hubungkan kedua titik untuk menentukan garis persamaan liniernya.

Contoh 1 : Diketahui  $y = 4 + 2x$ .

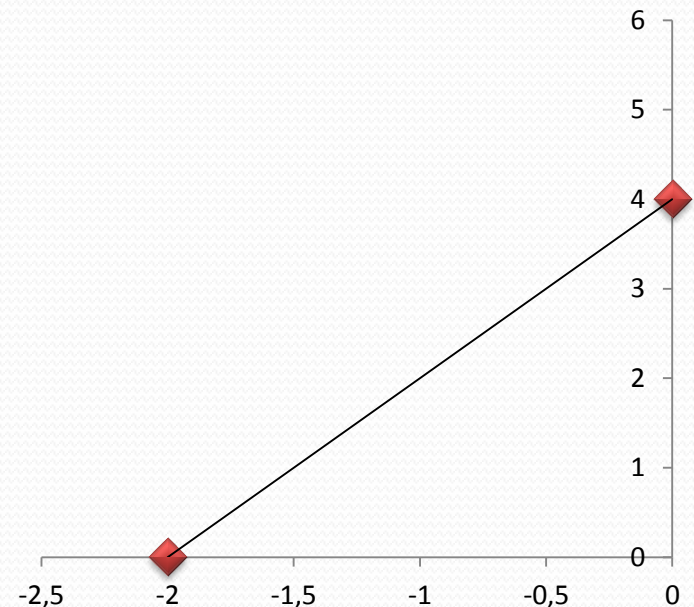
Maka grafik fungsi dapat digambarkan menggunakan ciri-ciri penting, yaitu:

1) Titik potong fungsi dengan sumbu y,  
 $x = 0$ , maka  $y = 4$ .

Jadi titiknya adalah  $A(0,4)$

2) Titik potong fungsi dengan sumbu x,  
 $y = 0$ , maka  $x = -2$ .

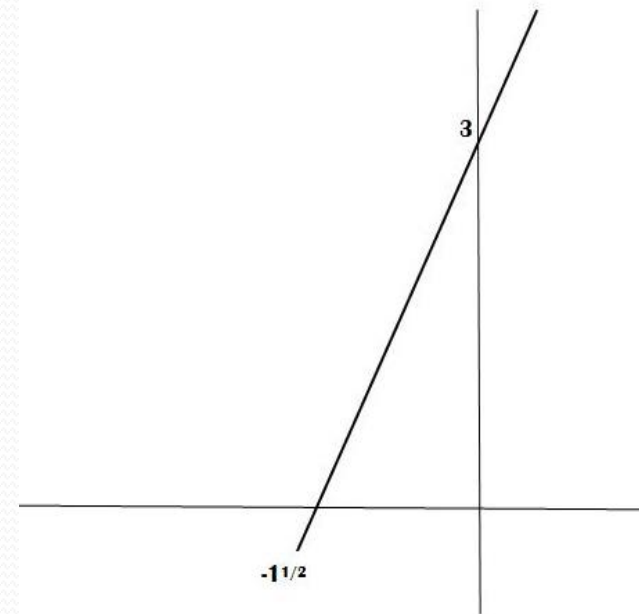
Jadi titiknya adalah  $B(-2,0)$



# Contoh 2:

- Sebenarnya untuk menggambarkan grafik fungsi linier cukup ditentukan oleh 2 titik saja.
- Misalkan diketahui  $y = 3 + 2x$ . Maka grafik fungsi dapat digambarkan dengan mencari 2 titik, yaitu :
  - 1) Titik potong fungsi pada sumbu y,  
Jika  $x = 0$ , maka  $y = 3$ .  
Jadi titiknya adalah  $A(0,3)$
  - 2) Titik potong fungsi dengan sumbu x,  
Jika  $y = 0$ , maka  $x = -3/2$ .  
Jadi titiknya adalah  $B(-3/2,0)$

x	0	$-3/2$
y	3	0



# Hubungan Dua Garis Lurus

1. Dua garis lurus akan **berimpit** apabila persamaan yang satu merupakan **kelipatan** persamaan yang lain
  - contoh :  $y = 1/2x + 2$  dan  $2y = x + 4$
2. Dua garis akan **sejajar** // apabila mempunyai gradien yang **sama**
  - contoh :  $y = -1/3x + 3$  dan  $y = -1/3x + 2/3$
3. Dua garis akan **berpotongan** apabila gradien yang satu tidak sama dengan gradien garis lain.
  - contoh :  $y = -3 + 2x$  dan  $y = 2 + 1/2x$
4. Dua garis akan **berpotongan tegak lurus** apabila gradien yang satu merupakan kebalikan negatif dari gradien persamaan garis yang lain.
  - contoh :  $y = 2/3x - 2$  dan  $y = -3/2x$

# Contoh :

- Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik  $(2,-3)$  dan sejajar dengan garis  $x - 2y + 3 = 0 \rightarrow y = 3/2 + 1/2x$

- Jawab :

Dari persamaan garis  $x - 2y + 3 = 0 \rightarrow y = 3/2 + 1/2x$  maka Persamaan garis melalui titik  $(2,-3)$  dan gradien  $1/2$  adalah

$$y - y_1 = m ( x - x_1 )$$

$$y + 3 = 1/2 ( x - 2 )$$

$$y + 3 = 1/2 x - 1$$

$$2y + 6 = x - 2$$

$$x - 2y - 8 = 0$$

Jadi persamaan garis lurus yang sejajar dengan garis  $x - 2y + 3 = 0$  dan melalui titik  $(2,-3)$  adalah  $x - 2y - 8 = 0$

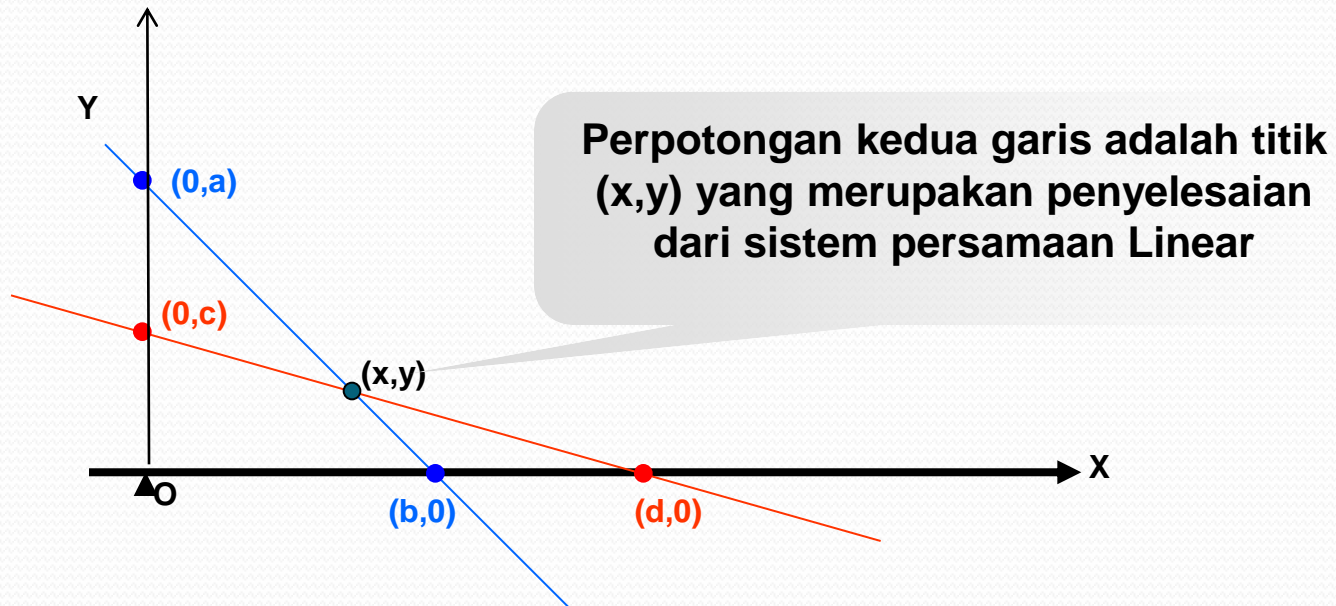
# Perpotongan Dua Fungsi Linier

- Untuk fungsi linier yang saling berpotongan, maka untuk mencari titik potongnya dapat dilakukan dengan cara :
  1. Metode Grafik
  2. Metode Substitusi
  3. Metode Eliminasi
  4. Metode Campuran



# 1. Metode grafik

- Penyelesaian dengan metode grafik secara umum adalah dengan menggambar kedua fungsi linier pada satu koordinat Cartesius.
- Bisa dengan cara biasa atau cara matematis.



# contoh

Tentukanlah titik potong fungsi  $2x + 3y = 4$  dengan  $x + 2y = 1$

Jawab : fungsi 1 :  $2x + 3y = 4$

1).Titik potong fungsi dengan sumbu y,

$x=0$ , maka  $y= \frac{4}{3}$ . Jadi titiknya adalah  $A_1 (0, \frac{4}{3})$

2).Titik potong fungsi dengan sumbu x,

$y=0$ , maka  $x=2$ . Jadi titiknya adalah  $B_1 (2,0)$

fungsi 2 :  $x + 2y = 1$

1).Titik potong fungsi dengan sumbu y,

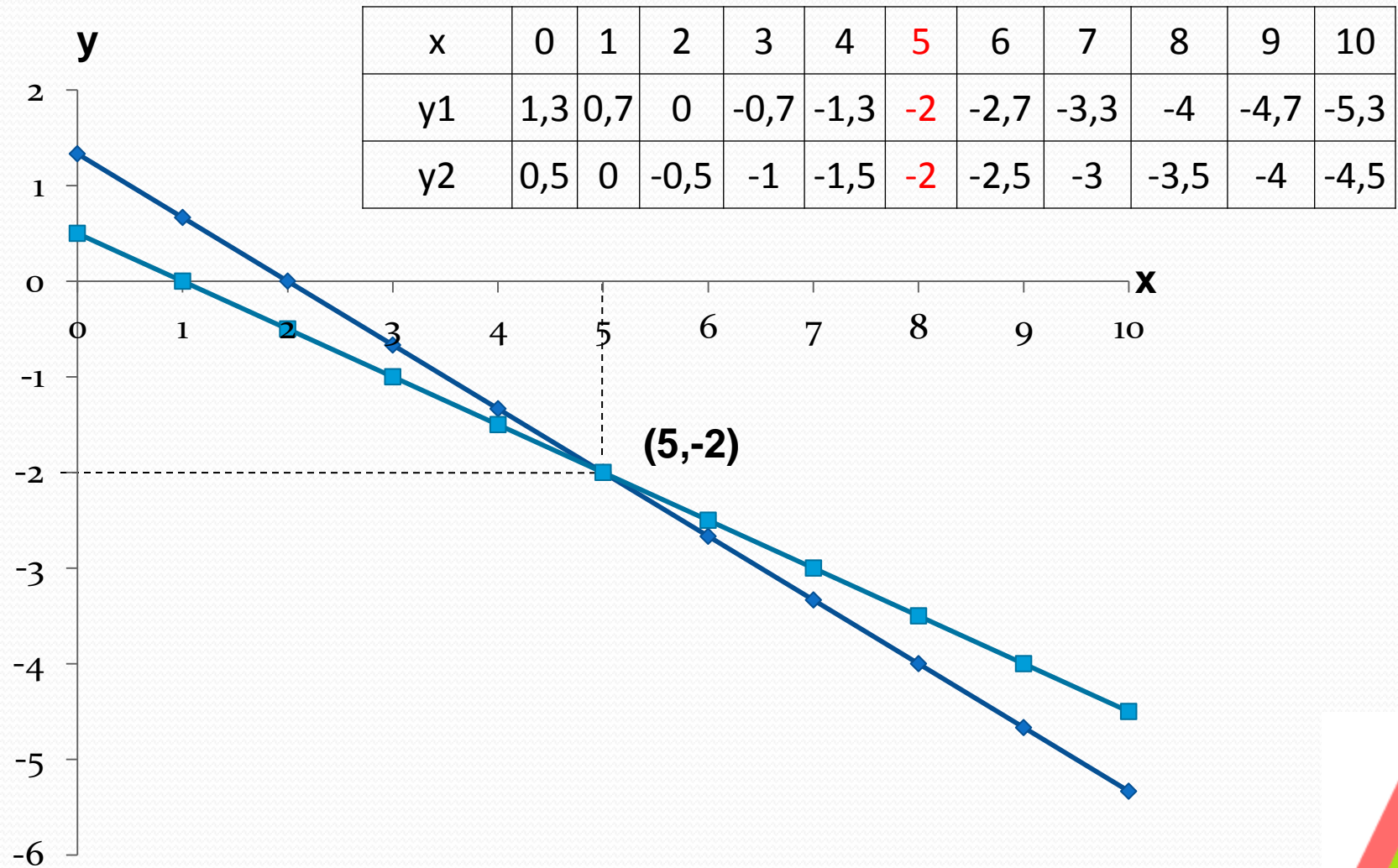
$x=0$ , maka  $y= \frac{1}{2}$ . Jadi titiknya adalah  $A_2 (0, \frac{1}{2})$

2).Titik potong fungsi dengan sumbu x,

$y=0$ , maka  $x=1$ . Jadi titiknya adalah  $B_2 (1,0)$



# contoh



## 2. Metode substitusi

- **Metode substitusi** adalah cara untuk menentukan himpunan penyelesaian dengan menggantikan suatu variabel dengan variabel yang lainnya.
- Dalam metode substitusi suatu variabel dinyatakan dalam variabel yang lain dari suatu persamaan, selanjutnya variabel ini digunakan untuk mengganti variabel yang sama dalam persamaan lainnya sehingga menjadi persamaan satu variabel dan anda dapat dengan mudah mencari nilai variabel yang tersisa.
- Carilah persamaan yang paling sederhana dari kedua persamaan itu
- Kemudian nyatakan persamaan  $y$  dalam  $x$  atau sebaliknya

# contoh

Tentukanlah titik potong fungsi  $2x + 3y = 4$  dengan  $x + 2y = 1$

Jawab :

a).  $2x + 3y = 4$

$$2x = 4 - 3y$$

$$x = \frac{4 - 3y}{2} \quad \dots 1) \text{ masukan ke } 2)$$

$$x + 2y = 1 \quad \dots 2)$$

$$\begin{array}{r} \left[ \frac{4 - 3y}{2} \right] + 2y = 1 \\ \hline \end{array} \quad \times 2$$

$$4 - 3y + 4y = 2$$

$$-3y + 4y = 2 - 4$$

$$y = -2$$

# contoh

$$b). \quad 2x + 3y = 4$$

$$3y = 4 - 2x$$

$$y = \frac{4 - 2x}{3} \quad \dots 1) \text{ masukan ke 2)}$$

$$x + 2y = 1 \quad \dots 2)$$

$$x + 2 \left[ \frac{4 - 2x}{3} \right] = 1$$

$\times 3$

$$3x + 2(4 - 2x) = 3$$

$$3x + 8 - 4x = 3$$

$$3x - 4x = 3 - 8$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

Jadi himpunan penyelesaiannya

$$\{ 5, -2 \}$$

# 3. Metode Eliminasi

- *Metode Eliminasi* adalah cara penyelesaian dengan menghilangkan salah satu variabel untuk mencari nilai variabel yang lain.
- Adapun **langkah-langkah** secara adalah sebagai berikut :
- Untuk mengeliminasi suatu variabel samakan nilai kedua koefisien variabel yang akan dihilangkan. Pada langkah ini anda mengalikan kedua koefisien dengan bilangan tertentu sedemikian sehingga nilai koefisiennya menjadi sama

# contoh

Tentukanlah titik potong fungsi  $2x + 3y = 4$  dengan  $x + 2y = 1$

Jawab :

a). Eliminasi x

$$\begin{array}{l|l} 2x + 3y = 4 & X_1 \rightarrow 2x + 3y = 4 \\ x + 2y = 1 & X_2 \rightarrow \underline{2x + 4y = 2} \quad - \\ & -y = 2 \\ & y = -2 \end{array}$$

b). Eliminasi y

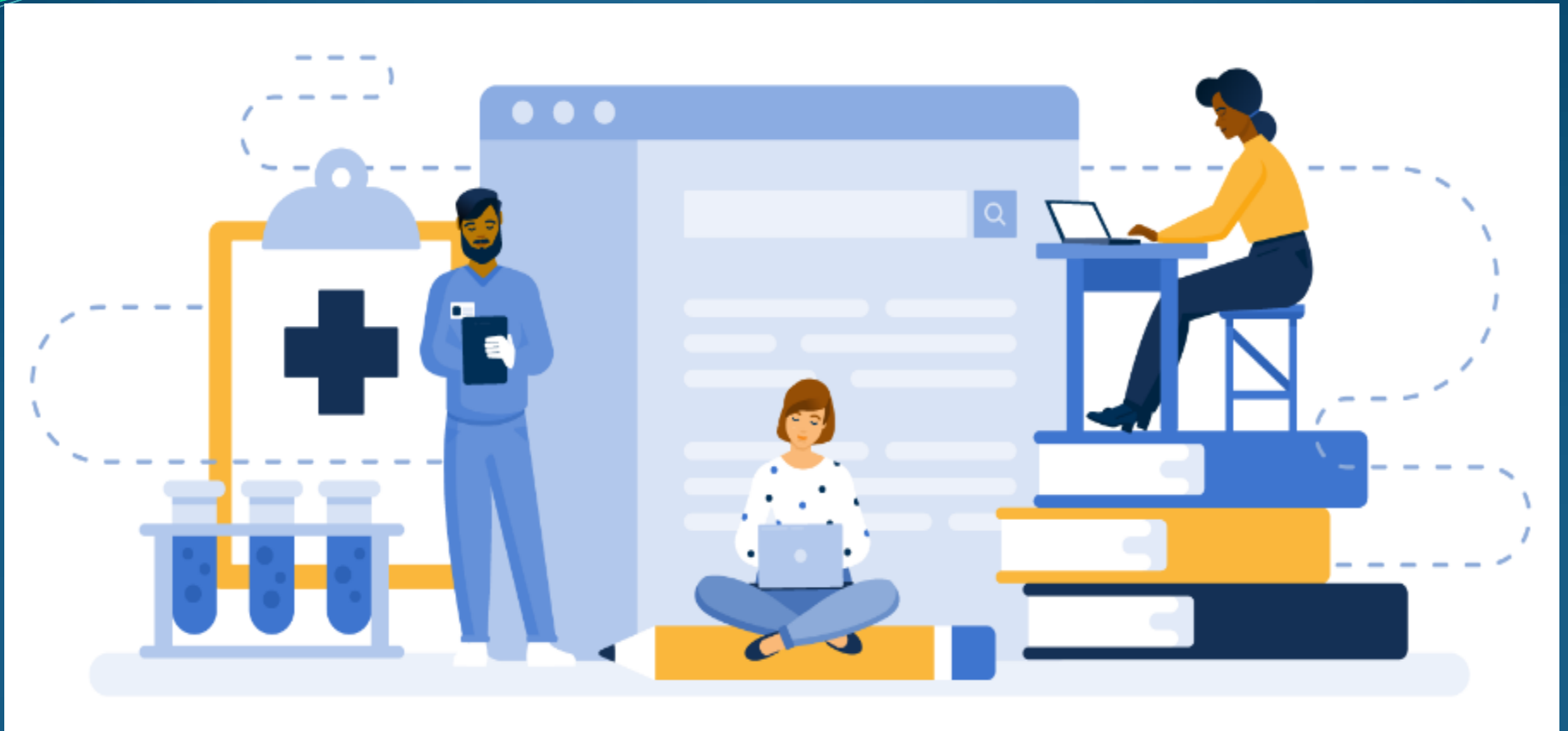
$$\begin{array}{l|l} 2x + 3y = 4 & X_2 \rightarrow 4x + 6y = 8 \\ x + 2y = 1 & X_3 \rightarrow \underline{3x + 6y = 3} \quad - \\ & x = 5 \end{array}$$

Jadi himpunan penyelesaiannya  $\{ 5, -2 \}$

# 4. Metode campuran

- Penyelesaian dengan *metode campuran* adalah cara menentukan himpunan penyelesaian dengan menggabungkan antara metode eliminasi dan metode substitusi.
- Pertama kali dengan metode eliminasi. Kemudian nilai variabel hasil eliminasi ini disubsitusikan ke dalam salah satu persamaan sehingga diperoleh nilai variabel yang lain.





*Thank You*

**By : BIDA SARI, SP, MSi**